

Nicht-minimale Higgs-Inflation und Parametrisierungsabhängigkeit in der Kosmologie

Christian Steinwachs

School of Mathematical Sciences
University of Nottingham

Dissertationspreis-Symposium, DPG- Frühjahrstagung
Dresden, 4. März 2013



The University of
Nottingham

UNITED KINGDOM · CHINA · MALAYSIA

Kurzüberblick

- 1 Nicht-minimale Higgs-Inflation
 - Modell-Aufbau und grundlegende Idee
 - Numerische Ergebnisse
- 2 Parametrisierungsabhängigkeit von Quantenkorrekturen
 - Parametrisierungsabhängige effektive Wirkung
 - Bedeutung für die Kosmologie

Motivation & Modell-Aufbau

- **Minimal** gekoppeltes Skalarfeld führt auf viel zu kleine Higgs-Massen:

$$(\Delta T/T)^2 \simeq 10^{-10} \propto \lambda \quad \Rightarrow M_{\text{H}}^2 \propto \lambda v^2 \ll 10^4 \text{ GeV}.$$

- Starke ($\xi \simeq 10^4$) **nicht-minimale** Kopplung $\xi\varphi^2 R$ an die Gravitation:

$$(\Delta T/T)^2 \simeq 10^{-10} \propto \lambda/\xi^2 \quad \Rightarrow \lambda \text{ kompatibel mit } M_{\text{H}} \simeq 10^2 \text{ GeV}.$$

Der Graviton-Higgs Sektor:

$$S[g_{\mu\nu}, \varphi] = \int d^4x \sqrt{g} \left(U(\varphi) R(g_{\mu\nu}) - \frac{1}{2} G(\varphi) (\nabla\varphi)^2 - V(\varphi) \right) + \dots,$$

$$U_{\text{tree}}(\varphi) = \frac{1}{2} \left(M_{\text{P}}^2 + \xi \varphi^2 \right), \quad V_{\text{tree}}(\varphi) = \frac{\lambda}{4} (\varphi^2 - v^2)^2,$$

$$G_{\text{tree}}(\varphi) = 1, \quad \varphi := |\Phi| = \sqrt{\Phi^a \Phi^b \delta_{ab}}, \quad a = 1, \dots, 4, \quad v \simeq 246 \text{ GeV}.$$

- Standardmodell: Masse $m_{\text{part}}(\varphi) \propto \varphi$ durch Higgs-Mechanismus.
- Betrachte nur die schwersten Teilchen: Top-Quark, W^{\pm} - und Z-Boson.

Quantenkorrekturen & Unterdrückung

- Wichtige Beiträge von Goldstone-Bosonen sind blau unterlegt.

Ein-Schleifen-Korrekturen:

$$V_{1\text{-loop}}(\varphi) = \mathbf{A} \frac{\lambda \varphi^4}{128\pi^2} \ln \frac{\varphi^2}{\mu^2} + \dots, \quad U_{1\text{-loop}}(\varphi) = \mathbf{C} \frac{\varphi^2}{32\pi^2} \ln \frac{\varphi^2}{\mu^2} + \dots$$

$$\mathbf{A} = \frac{3}{8\lambda} \left(2g^4 + (g^2 + g'^2)^2 - 16y_t^4 \right) + 6\lambda, \quad \mathbf{C} = 3\xi\lambda + O(\xi^0).$$

- Jeder Higgs- (aber nicht Goldstone-!) Propagator wird unterdrückt durch:

Unterdrückungsfunktion:

$$s(\varphi) := \frac{U}{GU + 3U'^2} = \frac{M_{\text{P}}^2 + \xi\varphi^2}{M_{\text{P}}^2 + (6\xi + 1)\xi\varphi^2} \stackrel{\varphi \gg \frac{M_{\text{P}}}{\sqrt{\xi}}}{\approx} \frac{1}{6\xi}.$$

Inflation im „Einstein frame“ & Renormierungsgruppe

- Stelle Verbindung mit gewöhnlichem „slow roll“-Formalismus her: Transformation $S[g_{\mu\nu}, \varphi] \rightarrow \hat{S}[\hat{g}_{\mu\nu}, \hat{\varphi}]$ zum „Einstein frame“.

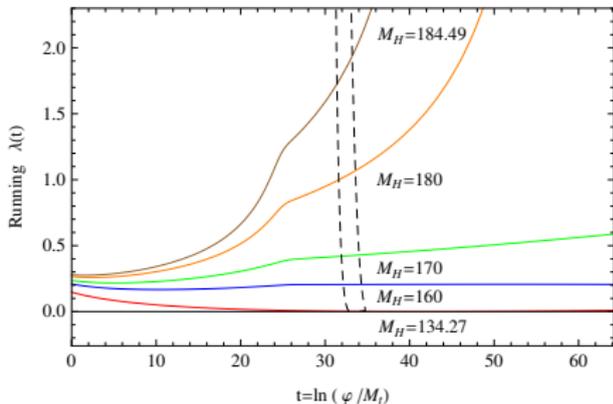
Effektives Potential im Einstein frame:

$$\hat{V}_{\text{eff}}(\hat{\varphi}) = \left(\frac{M_{\text{P}}^2}{2}\right)^2 \frac{V_{\text{eff}}(\varphi)}{U_{\text{eff}}^2(\varphi)} \Big|_{\varphi=\varphi(\hat{\varphi})} \simeq \frac{\lambda M_{\text{P}}^4}{4\xi^2} \left(1 - \frac{2M_{\text{P}}^2}{\xi\varphi^2} + \frac{\mathbf{A}_1}{16\pi^2} \ln \frac{\varphi}{\mu}\right).$$

- Die Schlüsselgröße $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A} - 12\lambda$ bestimmt die inflationäre Dynamik.
- **Renormierungsgruppe**: $g_i \rightarrow g_i(t)$ mit $t = \ln(\varphi/\mu)$.^{1, 2, 3}
- Renormierungsgruppenfluß von elektroschwacher Skala $t_{\text{es}} = 0$ ($\varphi_{\text{es}} \simeq v$) bis zu inflationärer Skala $t_{\text{inf}} \simeq 35$ ($\varphi_{\text{inf}} \simeq \frac{M_{\text{P}}}{\sqrt{\xi}}$) läßt $\mathbf{A}_1(t_{\text{inf}})$ auf kleine Werte schrumpfen, die kompatibel mit CMB und Higgs-Masse sind.

¹ Bezrukov, et al. (2009). *Phys. Lett. B*, **675**, 88-92. ² De Simone, et al. (2009). *Phys. Lett. B*, **678**, 1-8.

³ A. O. Barvinsky, A. Yu. Kamenshchik, C. Kiefer, A. A. Starobinsky und C. S. (2009). *JCAP*, **12**, 003.

Numerische Resultate: Fließendes $\lambda(t)$ & Spektraler Index

- Stabiler Bereich: $M_H \gtrsim 134.27$ GeV.
- Störungstheorie: $M_H \lesssim 190$ GeV.
- $\lambda(t_{\text{end}})$ endlich \rightarrow „asympt. Freiheit“.

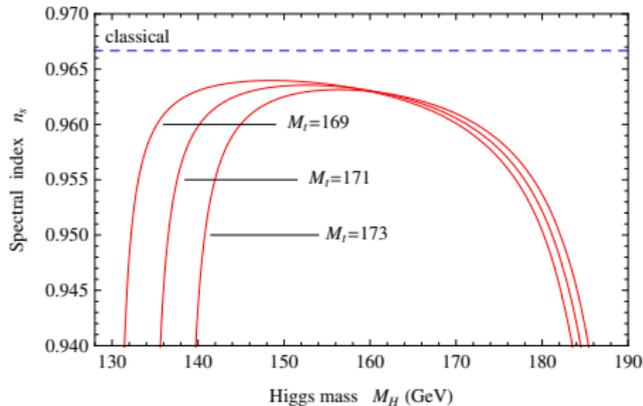
Zwei-Schleifen-Fluß verbessert Numerik: 126.3 GeV $\lesssim M_H \lesssim 174$ GeV.⁴

Num. Ein-Schleifen-Resultate ähnlich, jedoch **konzeptionelle Unterschiede**.^{1, 3}

¹ Bezrukov, et al. (2009). *Phys. Lett. B*, **675**, 88-92.

⁴ Bezrukov et al. (2009). *JHEP*, **07**, 089.

³ A. O. Barvinsky, A. Yu. Kamenshchik, C. Kiefer, A. A. Starobinsky und C. S. (2009). *JCAP*, **12**, 003.



- $n_s = 1 - \frac{2}{N} \frac{x}{e^x - 1}$, $x := \frac{NA_1}{48\pi^2}$.
- CMB-Bedingung: $0.94 < n_s < 0.99$.
- 135.6 GeV $\lesssim M_H \lesssim 184.5$ GeV.³

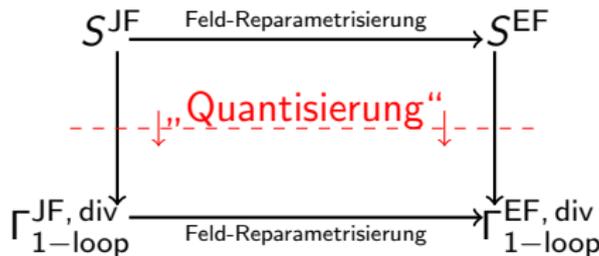
Quantenkorrekturen in Jordan und Einstein frame

Übergang zwischen Jordan- und Einstein-Parametrisierung

$$S^{\text{JF}}[g, \varphi] = \int d^4x \sqrt{g} \left(U(\varphi) R(g) - \frac{1}{2} G(\varphi) g^{\mu\nu} \nabla_\mu \varphi \nabla_\nu \varphi - V(\varphi) \right)$$

$$\downarrow \quad \hat{g}_{\mu\nu} = \frac{2U}{M_{\text{P}}^2} g_{\mu\nu}, \quad \left(\frac{d\hat{\varphi}}{d\varphi} \right)^2 = \frac{M_{\text{P}}^2}{2} \frac{G U + 3(U')^2}{U^2}, \quad \hat{V}(\hat{\varphi}) = \left(\frac{M_{\text{P}}^2}{2} \right)^2 \frac{V(\varphi)}{U^2(\varphi)} \Big|_{\varphi=\varphi(\hat{\varphi})}$$

$$S^{\text{EF}}[\hat{g}, \hat{\varphi}] = \int d^4x \sqrt{\hat{g}} \left(\frac{1}{2} M_{\text{P}}^2 R(\hat{g}) - \frac{1}{2} \hat{g}^{\mu\nu} \hat{\nabla}_\mu \hat{\varphi} \hat{\nabla}_\nu \hat{\varphi} - \hat{V}(\hat{\varphi}) \right)$$



Kosmologische Quantenkorrekturen sind parametrisierungsabhängig.^{5, 6}

⁵ C. S. und A. Y. Kamenshchik (2011). *Phys. Rev. D*, **84**, 024026.

⁶ A. Yu. Kamenshchik und C. S., in Vorbereitung.

Ursprung der Parametrisierungsabhängigkeit

- DeWitt-Notation: $\phi^i := \phi^A(x) = (g_{\mu\nu}(x), \varphi(x), \dots)^T$, $f_{,i} := \frac{\delta f[\phi]}{\delta \phi^i}$.
- **Geometrische Analyse:** ϕ ist Punkt in **Konfigurationsraum \mathcal{C}** $\Rightarrow \phi^i$ und $\hat{\phi}^i$ beschreiben lediglich zwei verschiedene Koordinatensysteme in \mathcal{C} .
- **Koordinatendifferenz** $(\phi - \langle \phi \rangle)^k$ in Definition der effektiven Wirkung:

$$\exp i \Gamma[\langle \phi \rangle] = \int \mathcal{D}\phi \exp i \left\{ S[\phi] - \frac{\delta \Gamma[\langle \phi \rangle]}{\delta \langle \phi \rangle^k} (\phi^k - \langle \phi \rangle^k) \right\}.$$

- **Kovarianter Formalismus bzgl. \mathcal{C} nötig!** Führt auf Ein-Schleifen-Ebene zu:
 $\Gamma_{1\text{-loop}} \sim \text{Tr} \ln S_{,ij} \Rightarrow$ Ersetze $S_{,ij} \rightarrow \nabla_i \nabla_j S = S_{,ij} - \Gamma^k{}_{ij} S_{,k}$.⁷
- Debatte „Jordan vs. Einstein frame“ ist nur **Spezialfall** des allgemeineren Problems der Parametrisierungsabhängigkeit der effektiven Wirkung.⁸
- Frage nach **physikalisch** bevorzugtem „frame“ ist bedeutungslos.

⁷ G. A. Vilkovisky (1984). *Nucl. Phys. B*, **234**, 125-137.

⁸ A. Yu. Kamenshchik und C. S., arXiv:1301.5543.

Referenzen

- Ein-Schleifen-Analyse des Modells der nicht-minimalen Higgs-Inflation.

[A. O. Barvinsky, A. Yu. Kamenshchik, C. Kiefer, A. A. Starobinsky und C. S. (2009). *JCAP*, **12**, 003.]

[A. O. Barvinsky, A. Yu. Kamenshchik, C. Kiefer, A. A. Starobinsky und C. S. (2012). *EPJ C*, **72**, 2219.]

- Ein-Schleifen-Wirkung für ein skalares Multipllett im Jordan-frame.

[C. S. und A. Y. Kamenshchik (2011). *Phys. Rev. D*, **84**, 024026.]

- Parametrisierungsabhängigkeit kosmologischer Quantenkorrekturen.

[A. Yu. Kamenshchik und C. S., [arXiv:1301.5543](#).]

[A. Yu. Kamenshchik und C. S., in Vorbereitung.]